АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

10

МОСКВА · 1983

УДК 551.463.5:535.31

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ДИФФУЗНОГО ОТРАЖЕНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ОКЕАНА

ХАЛТУРИН В. И.

В настоящее время в гидрооптике широко используется формула, выражающая коэффициент диффузного отражения (КДО) однородного оптически бесконечно глубокого океана через гидрооптические характеристики водной массы

$$R=k\beta/(\varkappa+\beta), \tag{1}$$

где $\varkappa$ – показатель поглощения, β – показатель рассеяния назад, k – числовой коэффициент, варьирующий у различных авторов в пределах от 0,2 до 0,5. Различные варианты формулы (1) выведены с помощью двухпотокового приближения теории переноса излучения [1], для выяснения пригодности которого к задачам гидрооптики многими авторами были проделаны многочисленные натурные и модельные проверки [2–4], подтвердившие его хорошую применимость к расчету характеристик светового поля в океане.

Однако реальные морские и океанские воды практически никогда не бывают однородными. Оптические свойства естественных вод всегда стратифицированы по глубине, причем стратификация меняется в зависимости от района, времени года и гидрометеообстановки. В связи с этим представляет интерес получить пригодное для практического использования выражение для КДО океана с произвольным изменением оптических характеристик по глубине.

В качестве исходных уравнений возьмем систему уравнений двухпотокового приближения, полученную в [5]

$$[d/dz+(2-\overline{\mu})(\varkappa+\beta)]I_1(z)=(2+\overline{\mu})\beta I_2(z),$$
$$[-d/dz+(2+\overline{\mu})(\varkappa+\beta)]I_2(z)=(2-\overline{\mu})\beta I_1(z). \quad (2)$$

Здесь $I_1(z)$ и $I_2(z)$ — нисходящий и восходящий световые потоки соответственно, z — координата, соответствующая глубине (ось $0z$ направлена по нормали к поверхности в глубь океана), $\overline{\mu}$ — средний косинус угла рассеяния γ по глубинному телу яркости, $\beta=\sigma B$, где σ — показатель рассеяния, $B={}^1/_2\int\limits_{\pi/2}^{\pi}x(\gamma)\sin\gamma\,d\gamma$ — вероятность рассеяния назад, $x(\gamma)$ — индикатриса рассеяния.

Система уравнений (2) выведена из уравнения переноса излучения с использованием следующих допущений. 1. Индикатриса рассеяния представлялась в виде суммы сферической и δ-образной индикатрис: $x(\gamma)=2B+2(1-2B)\delta(1-\cos\gamma)$, где $\delta(1-\cos\gamma)$ — дельта-функция Дирака; это допущение является основой так называемого транспортного приближения теории переноса излучения. 2. Глубинное тело яркости, использовавшееся при вычислении средних косинусов μ_1, μ_2 (см. [1, 5]), было представлено формулой, хорошо аппроксимирующей экспериментальные результаты работы [6]

$$I(\gamma)\propto(1-\overline{\mu}^2)^2(1-\overline{\mu}\cos\gamma)^{-3}. \quad (3)$$

3. Параметр $\overline{\mu}$ определялся через характеристики среды $\varkappa$ и β следующим образом. Отыскав решение системы (2) в полубесконечном пространстве, получаем формулу для показателя ослабления в глубинном режиме

$$\alpha_\infty=[4\varkappa(\varkappa+2\beta)+\overline{\mu}^2\beta^2]^{1/2}-\overline{\mu}(\varkappa+\beta). \quad (4)$$

Решая (4) совместно с точным соотношением $\alpha_\infty=\varkappa/\overline{\mu}$ [7], находим $\overline{\mu}$ как функцию характеристик среды

$$\overline{\mu}=\{1+3\beta/\varkappa+[(\beta/\varkappa)(4+9\beta/\varkappa)]^{1/2}\}^{-1/2}. \quad (5)$$

Совместное использование этих допущений приводит к весьма точному варианту двухпотокового приближения, существенно улучшающему результаты, полученные в рамках теорий Шварцшильда – Шустера и Кубелки – Мунка [1, 8–10]. Полученная с помощью используемого в данной работе приближения формула для параметра глубинного режима

$$\Gamma=\alpha_\infty/\varepsilon=\{(1-\Lambda)[1-\Lambda(1-3B)]+[B\Lambda(4-4\Lambda+9B\Lambda)]^{1/2}\}^{1/2} \quad (6)$$

пригодна при всех значениях B и Λ ($\Lambda=\sigma/\varepsilon$ — вероятность выживания фотона, $\varepsilon=\varkappa+\sigma$ — показатель ослабления). Относительная погрешность формулы (6) не превышает 5%, а для сред с большой анизотропией рассеяния ($B\lesssim0{,}02$) и произвольным значением Λ и для сред с $\Lambda\gtrsim0{,}7$ и произвольной величиной B точность вычисления по формуле (6) приближается к точности вычисления Γ численными методами (~1%) [5].

При выводе системы уравнений (2) не делалось предположений о постоянстве величин $\varkappa$ и β. Предполагая возможность существования локального глубинного режима, характеризуемого телом яркости (3) с параметром $\overline{\mu}$, меняющимся с глубиной, будем считать (внося при этом некоторую дополнительную ошибку), что система уравнений (2) справедлива для неоднородного стратифицированного океана.

Введем следующие величины: $T(z)$ — пропускание слоя воды, заключенного между поверхностью океана и горизонтом z; $R(z)$ — коэффициент диффузного отражения слоя океана, заключенного между горизонтом z и дном. Обозначив освещенность горизонтальной площадки сразу под поверхностью через I_0, выразим потоки I_1 и I_2 через T и R: $I_1(z)=I_0T(z)$, $I_2(z)=R(z)I_1(z)=I_0T(z)R(z)$. Подставляя эти выражения в (2) и сделав несложные преобразования, получим уравнения для $T(z)$ и $R(z)$

$$dT(z)/dz+[2-\overline{\mu}(z)][\varkappa(z)+\beta(z)]T(z)=0, \qquad 3\beta R\ll\varkappa+\beta, \quad (7)$$

$$dR(z)/dz-4[\varkappa(z)+\beta(z)]R(z)=-\beta(z)\{2-\overline{\mu}(z)+R^2(z)[2+\overline{\mu}(z)]\}. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) при граничном условии $T(0)=1$ получаем сразу: $T(z)=$ $=\exp\left\{-\int\limits_0^z[2-\overline{\mu}(z')][\varkappa(z')+\beta(z')]dz'\right\}$. Уравнение (8) принадлежит к типу уравнений Риккати и для произвольных функциональных зависимостей $\varkappa(z)$ и $\beta(z)$ в аналитическом виде не решается.

Для однородного оптически бесконечно глубокого океана $dR/dz=0$ и физическим решением уравнения (8) ($R\leqslant1$) будет $R=R_\infty$, где

$$R_\infty=[(1-\overline{\mu})/(1+\overline{\mu})]^2. \quad (9)$$

Формула (9) может быть представлена в виде (1) с $k=(1+4\overline{\mu}^2-\overline{\mu}^4)/(1+\overline{\mu})^4$. Интересно, что при типичном значении $\overline{\mu}\sim0{,}67$ коэффициент $k\approx0{,}33$ совпадает с величиной, вычисленной Приером и Морелем [11]. Выражение (9) удовлетворяет предельным соотношениям: при $\overline{\mu}\to0$ (чисто рассеивающая не поглощающая среда) $R_\infty\to1$; при $\overline{\mu}\to1$ (чисто поглощающая не рассеивающая среда) $R_\infty\to0$. При $\beta/\varkappa\ll1$ формула (9) дает значение R_∞, вычисленное в приближении однократного рассеяния: $R_\infty\approx\approx\beta/(4\varkappa)$. При $\overline{\mu}$, типичных для Мирового океана, значения R_∞, даваемые формулой (9), очень близки к величинам, полученным методом Монте-Карло в работе [12]. Уравнение (8) имеет точное решение и для однородного океана конечной глубины

$$R=R_\infty[(R_0^{-1}-A_B)+(A_B-R_\infty)(R_0R_\infty)^{-1}\exp(-\nu H)]/[(R_0^{-1}-A_B)+$$
$$+(A_B-R_\infty)\exp(-\nu H)], \tag{10}$$

где $R_0=[(2+\overline{\mu})/(2-\overline{\mu})]R_\infty$, $\nu=\beta(2-\overline{\mu})(R_\infty^{-1}-R_0)$, A_B – альбедо дна, H – глубина океана.

Получим приближенное решение уравнения (8) для неоднородного моря. Для всех открытых акваторий Мирового океана $R^2(z)\leqslant5\cdot10^{-3}\ll1$, $\overline{\mu}\leqslant1$ и вторым слагаемым в фигурных скобках правой части (8) можно пренебречь. В результате получаем линейное уравнение для определения R

$$-dR(z)/dz+4[\varkappa(z)+\beta(z)]R(z)=[2-\overline{\mu}(z)]\beta(z). \tag{11}$$

Введем новую переменную $x(z)=4\int\limits_z^H[\varkappa(z')+\beta(z')]dz'$. Тогда уравнение (11) перейдет в неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами

$$dR(x)/dx+R(x)=R_\infty(x), \tag{12}$$

где $R_\infty(x)=\{[1-\overline{\mu}(x)]/[1+\overline{\mu}(x)]\}^2\approx[2-\overline{\mu}(x)]\beta(x)/\{4[\varkappa(x)+\beta(x)]\}$ (здесь мы пренебрегли членами порядка R_0^2 и R_∞^2). Решение уравнения (12) запишем в виде суммы частного и общего решений: $R=R_p+R_g$, где $R_g=\mathrm{const}\exp(-x)$, а частное решение записывается через функцию Грина $G(x)$ уравнения (12): $R_p(x)=$ $=\int G(x-x')R_\infty(x')dx'$, где $G(x)=\theta(x)\exp(-x)$ есть решение уравнения (12) с правой частью, равной дельта-функции Дирака, а $\theta(x)$ – функция Хевисайда [13].

Пусть A_B – альбедо дна, отражающего свет по закону Ламберта. Тогда граничное условие для $R(x)$ при $z=H$ запишется как $R(x[z=H])=A_B$. Возвращаясь к переменной z и учитывая граничное условие, получаем решение уравнения (12)

$$R(z)=4\int\limits_z^H[\varkappa(z)'+\beta(z')]R_\infty(z')\exp\left\{-4\int\limits_z^{z'}[\varkappa(z'')+\beta(z'')]dz''\right\}dz'+$$
$$+A_B\exp\left\{-4\int\limits_z^H[\varkappa(z')+\beta(z')]dz'\right\},$$

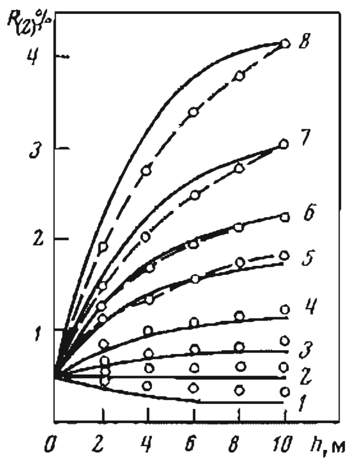
определяющее КДО стратифицированного по глубине слоя океана, заключенного между горизонтом z и дном. Полагая $z=0$, получаем формулу для КДО неоднородного океана глубиной H

$$R=4\int\limits_0^H[\varkappa(z)+\beta(z)]R_\infty(Z)\exp\left\{-4\int\limits_0^z[\varkappa(z')+\beta(z')]dz'\right\}dz+$$
$$+A_B\exp\left\{-4\int\limits_0^H[\varkappa(z')+\beta(z')]dz'\right\}. \tag{13}$$

Для оптически глубокого океана $\left(\int\limits_0^H[\varkappa(z)+\beta(z)]dz\gg1\right)$ формула (13) несколько упрощается

$$R_{(\infty)}=4\int\limits_0^\infty[\varkappa(z)+\beta(z)]R_\infty(z)\exp\left\{-4\int\limits_0^z[\varkappa(z')+\beta(z')]dz'\right\}dz. \tag{14}$$

При создании любой двухпотоковой теории обычно делается ряд предположений, причем ни в одной из известных теорий [1] не удается записать аналитически заданного критерия применимости полученных формул. Поэтому традиционным способом оценки точности результатов является их сравнение с данными численного решения уравнения переноса или с данными численного моделирования явления переноса методом Монте-Карло. Итак, рассчитаем $R_{(\infty)}$ для одного из наиболее неблагоприятных случаев разрывной стратификации и сравним вычисленные по формуле (14) значения $R_{(\infty)}$ с точными численными результатами, полученными в [14]. В [14] методом Монте-Карло рассчитывался КДО двухслойного океана, состоящего из верхнего слоя, показатель рассеяния σ_1 и толщина h которого варьировались в широких пределах, и нижнего полубесконечного слоя с фиксированными оптическими свойствами. Оптические параметры нижнего слоя были взяты типичными для Саргассова моря в диапазоне 530 нм: $\varkappa=0{,}062$ м$^{-1}$, $\sigma/\varkappa=0{,}66$. Для обоих слоев принималось одно и то же значение $\varkappa$ и использовалась одна и та же индикатриса с $B=2{,}72\cdot10^{-2}$.



Коэффициент диффузного отражения $R_{(2)}$ двухслойной модели океана при различных значениях параметра $\sigma/\varkappa$ 0,25 (*1*); 0,66 (*2*), 1,0 (*3*), 1,5 (*4*), 2,3 (*5*), 3,0 (*6*), 4,0 (*7*), 5,6 (*8*). Сплошные линии — формула (15), кружки — точные значения [14]

Исходя из (14) получим формулу для КДО двухслойного океана. Пусть верхний слой толщиной h характеризуется параметрами σ_1, $\varkappa_1$, B_1, а нижний — параметрами σ_2, $\varkappa_2$, B_2. Произведя интегрирование в выражении (14), получим

$$R_{(2)}=R_1+(R_2-R_1)\exp[-4h(\varkappa_1+\beta_1)], \qquad (15)$$

где $R_i=[(1-\bar{\mu}_i)/(1+\bar{\mu}_i)]^2$, $i=1, 2$. В нашем случае $\varkappa_1=\varkappa_2=0{,}062$, $\beta_1=0{,}0272\sigma$, $\beta_2=1{,}1\cdot10^{-3}$ м$^{-1}$, $R_2=5\cdot10^{-3}$.

Вычисленные по формуле (15) значения $R_{(2)}$ изображены на рисунке сплошными линиями, а значения, полученные в работе [14] методом Монте-Карло,— кружками. Если считать значения $R_{(2)}$, взятые из [14], точными, то относительная ошибка вычислений по формуле (15), а следовательно, и по исходным формулам (13) и (14) не превышает 15% для $\Lambda\leqslant0{,}85$. А для большинства чистых океанских вод, в которых Λ редко бывает больше 0,6, погрешность вычисления по предложенным формулам будет не более 10%.

Таким образом, полученные в данной работе выражения (13) и (14) позволяют с достаточной точностью рассчитать коэффициент диффузного отражения стратифицированного произвольным образом океана. Это дает возможность изучить влияние глубины залегания слоев повышенной мутности на спектральный состав выходящего из воды излучения, а также рассчитывать яркостные контрасты между участками моря с различной стратификацией. Кроме того, формула (14) может служить основой для дистанционного определения глубинного профиля гидрооптических характеристик по значениям $R_{(\infty)}$, полученным в нескольких участках длин волн видимого диапазона.

Примечание. При тех же предположениях формула (14) может быть представлена в еще более простом виде

$$R_{(\infty)}=\int_0^\infty\beta(z)\left[1+\sqrt{\beta(z)/\varkappa(z)}\right]\exp\left[-4\int_0^z\varkappa(z')\,dz'\right]dz. \qquad (14а)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зеге Э. П.* О двухпотоковом приближении в теории переноса излучения.— Препринт ИФ АН БССР, Минск, 1971. 60 с.
2. *Ерлов Н. Г.* Оптика моря. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 248 с.
3. *Doerffer R.* Application of two-flow model for remote sensing of substances in water.— Boundary-Layer Meteorology, 1980, v. 18, № 2, p. 221—232.
4. *Jain S. C., Miller J. R.* Subsurface water parameters optimisation: Approach to their determination from remotely-sensed water color data.— Appl. Optics, 1976, v. 15, p. 886—890.
5. *Халтурин В. И.* Система уравнений двухпотокового приближения для сред с анизотропным рассеянием.— В кн.: Исследование океана дистанционными методами. Севастополь: Изд-во МГИ АН УССР, 1981, с. 84—90.
6. *Ефименко И. Д., Пелевин В. Н.* Угловое распределение солнечного излучения в водах Индийского океана.— В кн.: Гидрофизические и оптические исследования в Индийском океане. М.: Наука, 1975, с. 124—132.

7. *Иванов А. П.* Физические основы гидрооптики. Минск: Наука и техника, 1975. 504 с.
8. *Kubelka P., Munk F.* Ein Beitrag zur Optik der Farbanstriche.— Z. Techn. Phys., 1931, Bd. 12, S. 593—607.
9. *Schuster A.* Radiation through a foggy atmosphere.— Astrophys. J., 1905, v. 21, p. 1—22.
10. *Schwarzschild K.* Über das Gleichgewicht des Sonnenatmosphäre.— Göttingen Nachr., 1906, Bd. 41, S. 1—24.
11. *Prieur L., Morel A.* Relations théorctiques entre le facteur de réflection diffuse de l'eau de mer.— UGGI, XVI Ass. Gale, Grenoble, 1975, p. 278 [Abstr.].
12. *Gordon H. R., Brown O. B., Jackobs M. M.* Computed relationships between the inherent and apparent optical properties of a flat homogenous ocean.— Appl. Optics, 1975, v. 14, № 2, p. 417—427.
13. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971. 512 с.
14. *Gordon H. R., Brown O. B.* Diffuse reflectance of the ocean: some effects of vertical structure.— Appl. Optics, 1975, v. 14, № 12, p. 2892—2895.

Академия наук УССР
Морской гидрофизический
институт

Поступила в редакцию
5.II.1981,
после доработки
22.III.1982